

MATA KULIAH : MATEMATIKA
KODE MATA KULIAH : UNM10.103
SKS : 2 (1-1)

LOGARITMA & EKSPONENSIAL


Oleh
Syawaludin A. Harahap, MSc



UNIVERSITAS PADJADJARAN
FAKULTAS PERIKANAN DAN ILMU KELAUTAN
JATINANGOR
2011

LOGARITMA

- Logaritma adalah pangkat yang harus diberikan kepada suatu angka agar didapat bilangan tertentu.
- "suatu angka" tersebut merupakan basis dari logaritma.
- Contoh:
 $2^{\log 8} = \dots$
2 harus diberi pangkat berapa agar hasilnya 8 ?
Jawab: 3



Bentuk Umum

${}^p\log a = m$ artinya $a = p^m$

p disebut bilangan pokok

a disebut bilangan logaritma atau numerus dengan $a > 0$

m disebut hasil logaritma atau eksponen dari basis.

Sifat-sifat Logaritma

$$1. \quad {}^p\log (a \times b) = {}^p\log a + {}^p\log b$$

$$2. \quad {}^p\log (a : b) = {}^p\log a - {}^p\log b$$

$$3. \quad {}^p\log (a)^n = n \times {}^p\log a$$

$$4. \quad {}^p\log p = 1$$

$$5. \quad {}^b\log 1 = 0; \log 1 = 0; \ln 1 = 0$$

$$6. \quad {}^p\log p^x = x$$

$$7. \quad {}^p\log \sqrt[n]{a^m} = {}^p\log (a)^{\frac{m}{n}} \\ = \frac{m}{n} {}^p\log a$$

✦ Sebenarnya semua angka bisa dijadikan basis logaritma, tapi yang paling banyak digunakan hanya 2 angka, yaitu:

1. Logaritma dengan Basis 10

✦ Pada bentuk ${}^p\log a = m$, maka: ${}^{10}\log a = m$ cukup ditulis $\log a = m$.

✦ Basis 10 pada logaritma tidak perlu dituliskan.

✦ Contoh:

${}^{10}\log 3 \rightarrow$ dituliskan $\log 3$

${}^{10}\log 5 \rightarrow$ dituliskan $\log 5$

2. Logaritma natural dengan Basisnya adalah bilangan irasional tertentu yaitu

$e = 2,71828$

✦ Pada bentuk ${}^p\log a = m$, maka ${}^e\log a = m$ cukup ditulis dengan $\ln a = m$

✦ Contoh:

${}^e\log 3 \rightarrow$ dituliskan $\ln 3$

${}^e\log 5 \rightarrow$ dituliskan $\ln 5$

EKSPONENSIAL

- Fungsi eksponensial menggambarkan fenomena pertumbuhan/peluruhan dengan persentase tetap.
- Fungsi yang variabel independennya (x) merupakan pangkat dari suatu konstanta.
- Contoh:
 $y = 2^x, y = 10^x, y = 2(3^x), y = 5(2^{3x})$

Bentuk Umum

$y = a(b^{cx})$

- a = intercept (titik potong dengan sumbu y)
- b = basis
- c = bagian dari basis

• pangkat negatif bisa dihilangkan:
$$y = 2^{-x} = (2^{-1})^x = (1/2)^x$$

• Jadi : fungsi eksponensial pangkat negatif = fungsi eksponensial pangkat positif, dgn basis : $0 < b < 1$ (basis bilangan pecahan).

• Aplikasi :

- $y = b^x$ menggambarkan pertumbuhan (*growth*).
- $y = b^{-x}$ menggambarkan peluruhan (*decay*).

Fungsi Eksponen Berbasis e

• Dalam banyak aplikasi ada suatu basis khusus yang sering dipergunakan yaitu basis $e = 2,71828$

• misal $y = e^x$

• Bentuk Umum:

$$y = a \cdot e^{bx}$$

Karakteristik Fungsi Eksponensial

1. $b^m \cdot b^n \equiv b^{m+n}$

5. $b^{m/n} \equiv \sqrt[n]{b^m}$

2. $\frac{b^m}{b^n} \equiv b^{m-n}, b \neq 0$

6. $\sqrt[n]{b^m} = \left[\sqrt[n]{b} \right]^m$

3. $(b^m)^n \equiv b^{m \cdot n}$

7. $b^0 \equiv 1, b \neq 0$

4. $a^m \cdot b^m \equiv (a \cdot b)^m$

8. $b^{-m} \equiv \frac{1}{b^m}, b \neq 0$

Contoh Soal

Contoh Soal

1. Jika ${}^4\log 64 = x$
Tentukan nilai $x = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} {}^4\log 64 = x &\rightarrow 4^x = 64 \\ 4^x &= 4^4 \\ x &= 4. \end{aligned}$$

Contoh Soal

2. Nilai dari ${}^2\log 8 + {}^3\log 9 = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} &= {}^2\log 8 + {}^3\log 9 \\ &= {}^2\log 2^3 + {}^3\log 3^2 \\ &= 3 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Contoh Soal

3. Nilai dari ${}^2\log (8 \times 16) = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} &= {}^2\log 8 + {}^2\log 16 \\ &= {}^2\log 2^3 + {}^2\log 2^4 \\ &= 3 + 4 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Contoh Soal

4. Nilai dari ${}^3\log (81 : 27) = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} &= {}^3\log 81 - {}^3\log 27 \\ &= {}^3\log 3^4 - {}^3\log 3^3 \\ &= 4 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Contoh Soal

5. Nilai dari ${}^2\log 8^4 = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} &= {}^2\log 8^4 \\ &= 4 \times {}^2\log 2^3 \\ &= 4 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Contoh Soal

6. Nilai dari ${}^2\log \sqrt{8^4} = \dots$

Jawab:

$$\begin{aligned} &= {}^2\log \sqrt{8^4} \rightarrow = \frac{4}{2} {}^2\log 8 \\ &= 2 \times {}^2\log 2^3 \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Contoh Soal

7. Jika $\log 100 = x$
Tentukan nilai $x = \dots$

Jawab:

$$\log 100 = x \rightarrow 10^x = 100$$

$$10^x = 10^2$$

$$x = 2.$$

Contoh Soal

8. $\ln x^2 + \ln x = 9$. Tentukan nilai x ?

Jawab:

$$3 \ln x = 9 \rightarrow \ln x = 3$$

$$x = e^3$$

$$= 2,71828^3$$

$$= 20,0855$$

Contoh Soal

9. $e^{2x} = 5$. Berapa nilai x ?

Jawab:

$$\ln e^{2x} = \ln 5$$

$$2x \ln e = 1,6094$$

$$2x = 1,6094$$

$$x = 0,8047$$

Contoh Soal

10. Suatu zat yang disuntikkan ke dalam tubuh ikan akan dikeluarkan dari darah melalui ginjal. Setiap 1 jam separuh dari zat itu dikeluarkan oleh ginjal. Bila 100 miligram zat itu disuntikkan ke tubuh ikan, berapa miligram zat itu yang tersisa dalam darah setelah: a) 1 jam, b) 2 jam, c) 3 jam ?

Jawab:

$$1 \text{ jam} : A = 100 \cdot (1/2) = 100 \cdot (1/2)^1 = 50 \text{ mg}$$

$$2 \text{ jam} : A = 100 \cdot (1/2)(1/2) = 100 \cdot (1/2)^2 = 25 \text{ mg}$$

$$3 \text{ jam} : A = 100 \cdot (1/2)(1/2)(1/2) = 100 \cdot (1/2)^3 = 12,5 \text{ mg}$$

$$A = 100 \cdot (1/2)^t$$

Contoh Soal

- 11 Di tahun 1970 jumlah populasi dugong di suatu perairan ada 100 ekor. Bila pertambahan populasi 4% per tahun, berapa jumlah populasi dugong pada akhir tahun 1995 di perairan tersebut ?

Jawab:

$P_t = P_0 e^{rt}$ (pertumbuhan dugong terjadi secara kontinyu)

$$= 100 \cdot e^{0,04 \times 25}$$

$$= 100 \times 2,71828 = 271,828 \text{ ekor}$$

Terima Kasih

See U Next...